

## ההיסטוריה בחינוך מתמטי המבוסס על כשירות: אמצעים ללמידה של משוואות דיפרנציאליות

### תקציר

הדילמה הנוצרת בעקבות הרצון לשלב את הגישה ההיסטורית לחינוך מתמטי נוצרת משום שמורי המתמטיקה מחויבים ללמד מתמטיקה מודרנית. אולם, אם להתייחס להיסטוריה כדרך להצדקת הפרקטיקות והתפיסות המודרניות, קריאת טקסטים היסטוריים תאבד את ערכה ותיהפך לאנכרוניסטית, לכן, מורה למתמטיקה, על פניו, ניצב מול הדילמה הבאה:

1. אפשרות א': עליו לדבוק במחויבותו למתמטיקה המודרנית ולהימנע מההתייחסות להיסטוריה של המתמטיקה או לאמץ את הגישה האנכרוניסטית.
2. אפשרות ב': עליו לאמץ גישה היסטורית אמתית ולהסתכן בבזבוז זמן על לימוד דברים לא רלוונטיים. בהמשך המאמר נטען, כי ניתן לפתור את הדילמה הנ"ל באמצעות אימוץ גישה מבוססת יכולת לחינוך מתמטי והתייחסות רב-גונית להיסטוריה של המתמטיקה. במוקד המחקר עומד ניתוח של עבודת חקר בנושא השפעת הפיזיקה על פיתוח משוואות דיפרנציאליות.

במסגרת הפרויקט הלאומי הדני לפיתוח יכולת ולמידה מתמטית, הוגדרה היכולת המתמטית כיכולת לפעול בהתאם לאתגר מתמטי של מצב נתון.

#### היכולת המתמטית הכללית מורכבת משמונה יכולות עיקריות הנחלקות לשתי קבוצות:

- ✓ יכולת לשאול ולענות על שאלות הקשורות למתמטיקה באמצעות מונחים מתמטיים:
- ✓ שליטה בצורות החשיבה המתמטית.
- ✓ יכולת ניתוח ובניית מודלים מתמטיים.
- ✓ יכולת ניסוח ופתרון בעיות.
- ✓ יכולת להבין, להעריך ולטעון טיעונים מתמטיים, להפוך טענות האוריסטיות (המבוססות על היגיון פשוט או אינטואיציה) להוכחות פורמליות תקפות.

#### כמו כן, יכולת להפעיל שפה וכלים מתמטיים, הכוללים:

- ✓ ניהול (פיענוח, פירוש, זיהוי, הבחנה) ייצוגים שונים של ישויות מתמטיות (יכולת ייצוג).
- ✓ ניהול שפה סימבולית ופורמלית: פיענוח סימבולים ויכולת לתרגם טיעונים מהשפה הסימבולית והפורמלית אל השפה הטבעית ולהיפך.
- ✓ ניהול תקשורת על מתמטיקה: יכולת לבחון, ללמוד ולפרש טקסטים מתמטיים, יכולת לביטוי עצמי של שפה מתמטית בדרכים וברמות שונות.
- ✓ יכולת לתפעל כלי עזר מתמטיים.

---

התקציר מבוסס על המאמר:

Kjeldsen, T. H. (2011), History in a competency based mathematics education: A means for the learning of differential equations. In: V. Katz, & C. Tzanakis (Eds), *Recent developments on introducing a historical dimension in mathematics education*, 165-173. Washington: The Mathematica Association of America.

- ההיסטוריה של המתמטיקה אינה כלולה בדגם הזה כיכולת או כמיומנות עיקרית, אולם היא מופיעה בתיאור יכולת מתמטית, שבנוסף לשמונה המיומנויות הנ"ל מתאפיינת בידע כללי בשלושה תחומים:
- ✓ יישומים מתמטיים בתחומים שונים.
  - ✓ התפתחות היסטורית של המתמטיקה; היותה תלויה בזמן ובמקום, בתרבות ובחברה.
  - ✓ אופי המתמטיקה כדיסציפלינה.

כיצד ניתן להבין ולחקור את המתמטיקה בתור תוצר היסטורי? אחת הדרכים לעשות זאת כרוכה בהצגת המתמטיקה כפעילות אנושית וידע מתמטי שנוצר על ידי מתמטיקאים. אכן, לאחרונה פורסמו מחקרים רבים שהתמקדו בגורמים הפנימיים והחיצוניים שעמדו מאחורי התפתחות המתמטיקה. גישת רבת זוויות (multiple perspective approach) להיסטוריה של המתמטיקה מאפשרת לנתח אירועים שונים של פעילות מתמטית מזוויות ראייה מגוונות.

אם לקחת בחשבון, כי החינוך המתמטי אינו מיועד להכשרת היסטוריונים, כיצד ניתן לשלב את הגישה ההיסטורית (שאינה אנכרוניסטית) עם ההוראה, בעיקר כאשר למורה חשוב ללמד היסטוריה רק כאמצעי להבנה טובה יותר של תחום ומונח מתמטי זה או אחר? לדעת כותבי המאמר, ניתן ליישם את לימוד ההיסטוריה בהיקף מצומצם – לבקש מהתלמידים לקרוא קטעים נבחרים של טקסטים מתמטיים מקוריים, המתמקדים בממדים מסוימים של הנושא הנלמד, וזאת על מנת לנהל דיון על ההבדלים בין הצגת המונחים המתמטיים בספר הלימוד המודרני לבין תפיסתם בעבר ולעודד חשיבה משותפת בנושא. קריאת טקסטים היסטוריים מתוך הפרספקטיבה של אופן ותפקוד של ישויות מתמטיות מסוימות היא פעילות מאתגרת ועשויה להביא לשימוש נרחב בידע המתמטי שלהם במצבים חדשים. לכן, לניתוח אירועים היסטוריים של מחקר מתמטי יש פוטנציאל דידקטי משמעותי במה שקשור ליכולת לאתגר תפיסות מתמטיות מקובלות של הלומדים.

המחקר בחן את השפעותיה של משימה שניתנה לחמישה סטודנטים למתמטיקה באוניברסיטת רוסקילדה. שאלות המחקר היו: כיצד השפיעה הפיזיקה על פיתוח המשוואות הדיפרנציאליות והאם היא השפיעה על דרכי ניסוח ופתרון של המשוואות? על מנת לענות על השאלות הללו על הסטודנטים היה לפנות לשלושה טקסטים מקוריים מהמאה ה-17. עבודת חקר עצמאית ודיונים בכיתה אפשרו להם להעמיק את הידע שלהם על משמעות המשוואות הדיפרנציאליות.

#### **המחקר ההיסטורי תרם לפיתוח מגוון המיומנויות והיכולות הכלולות בתוך היכולת המתמטית:**

- ✓ העלאת המודעות למאפיינים הייחודיים של החשיבה המתמטית.
- ✓ אימון במיומנויות של פתרון בעיות בתחומים מתמטיים שונים.
- ✓ פיתוח יכולת בניית מודלים בעקבות ניתוח של בניית מודל מתמטי של בעיות פיזיות.
- ✓ פיתוח יכולת לטעון טענות מתמטיות – כשהסטודנטים ניסו להבין את הטקסטים המקוריים.
- ✓ הבנת ייצוגים מתמטיים. הסטודנטים אותגרו לעבוד עם ייצוגים שונים של פתרון המשוואות הדיפרנציאליות, שאינם זהים לאלה המקובלים כיום.
- ✓ יכולת הפענוח של שפת סימבולים מתמטית והתרגום משפה הפורמלית לשפה הטבעית ולהיפך התעשרה בעקבות עבודת המחקר, שכללה ניסוח בעיות, הבנת טקסטים מתמטיים שונים והשוואה ביניהם.
- ✓ יכולת התקשורת סביב טקסטים מתמטיים התעשרה בעקבות כתיבת עבודה ודיון בנושא.

✓ יכולת שימוש בכלים מתמטיים: העבודה הייתה קשורה לשימוש בכלים מתמטיים לפתרון בעיות פיסיקליות.

הסטודנטים הגיעו למסקנה, כי פיסיקה אכן לעתים הניעה את התפתחות התיאוריה המתמטית ובין היתר הציבה בעיות שהשפיעו על התפתחות המשוואות הדיפרנציאליות. המחקר המתואר מראה, כי ניתן להשתמש בהיסטוריה של מתמטיקה על מנת להעשיר את היכולות המתמטיות של התלמידים, כאשר חקר ההיסטוריה נעשה מתוך פרספקטיבה של בעיה ייחודית. יש לציין גם, כי עבודת חקר בין-דיסציפלינרית מעניקה הזדמנות מיוחדת לבחינת כללים מטה-דיסקורסיביים של השיח המתמטי.

הכללים המטה-דיסקורסיביים הם כללים של פעילויות קומוניקטיביות והשיח עצמו. במתמטיקה, הכללים המטה-דיסקורסיביים קובעים מה ניתן להחשיב להגדרה או לניסוח מתמטיים והם מאפשרים להעריך האם טיעון שהוצע מהווה הוכחה סופית. כללים מטה-דיסקורסיביים משפיעים על פרשנות של תוכן השיח המתמטי, ולכן ידיעתם חיונית ללמידה מתמטית. הלימודים ההיסטוריים של שינויים באסטרטגיות של הוכחות והתפתחות מונחים מתמטיים חושפים את דרכי כינונם של כללים מטה-דיסקורסיביים. כאשר תלמידים מציבים שאלות היסטוריות ועוסקים בחקר של תולדות המתמטיקה באמצעות כלים היסטוריים, הכללים המטה-דיסקורסיביים הופכים להיות לנושא הרפלקציה, מה שבדרך כלל לא קורה בשיעורים רגילים של מתמטיקה, שאינם נוגעים לבסיסה הפילוסופי בתור מדע. גם כאן ניתן לראות את החשיבות הגדולה שיש לביצוע מטלות בתחום ההיסטוריה של המתמטיקה ללמידת המתמטיקה. יש לציין, כי ניתן לאחד את לימוד המתמטיקה עם לימוד ההיסטוריה של מתמטיקה כבר בכיתות הגבוהות של בתי הספר התיכוניים באמצעות עבודת חקר בקבוצות קטנות, שבמסגרתה תלמידים יחקרו נושאים מתמטיים והיסטוריים-תרבותיים מזוויות ראייה מגוונות. הדבר יאפשר לא רק לרכוש ידע היסטורי, אלא להעמיק את היכולות המתמטיות ואת ההבנה של כללי השיח המתמטי.