

## המרכזיות של המתמטיקה בהיסטוריה של המחשבה המערבית

### תקציר

לאורך כל ההיסטוריה המתמטיקה משחקת תפקיד מרכזי בהתפתחות המחשבה המערבית. כידוע, המתמטיקה נעשתה לשפה של מדע, אך מעבר לכך הייתה לה השפעה ממשית בכינון תפיסת האדם והעולם, שלה היו שותפים לא רק מדענים או הוגי דעות, אלא כל מי שחונך על פי המסורת התרבותית המערבית. ניתן להצביע על מספר מאפיינים עיקריים של המתמטיקה, שבאים לידי ביטוי בכל רבדי התרבות המערבית.

### ודאות

במשך למעלה מאלפיים שנה, הוודאות של הידע המתמטי (ובמיוחד של הגיאומטריה האוקלידית) מהווה נקודת התייחסות חשובה של כל תיאוריה של ידע. עוד לפני אוקלידס, אפלטון ראה את הוודאות של הגיאומטריה כנובעת מתוך השלמות הנצחית והלא משתנית של נושאי הידע המתמטי. בכך נוצרה ניגודיות בין האובייקטים האידיאליים של הידע המתמטי לבין האובייקטים המשתנים של העולם החומרי. העולם הפיזי משתנה ופגום; הוא מהווה רק השתקפות לא שלמה של המציאות העליונה בתוך החומר. הגיאומטריה היוונית קידמה את הפילוסופיה האידיאליסטית האפלטונית, שתפיסותיה על עולם האידיאות הנצחי, שכולל את אידיאת הצדק ואידיאת הטוב, השפיעו עמוקות על כל מחשבה מערבית.

בשונה מאפלטון, אריסטו ראה את הצלחת הגיאומטריה כנובעת לא מתוך התחום הייחודי של האובייקטים הנצחיים, אלא מתוך השיטה שלה. הוודאות של המתמטיקה הייתה עבור אריסטו תוצאה של תהליך הישק לוגי על סמך מערכת האקסיומות, הברורות מאליהן, והגדרות מנוסחות היטב. אם כן, ניתן להגיע לוודאות המתמטית גם בתחומים אחרים - על ידי אימוץ השיטה המתמטית. אכן, הפילוסופיה והתיאולוגיה אימצו את דרך החשיבה הדוקטרינית. בסוף מאה ה-17 הופיע משה של שפינוזה "אתיקה", שבו החומר הוצג בצורה האוקלידית, באמצעות הצגת הגדרות, אקסיומות, הוכחות ומשפטים. ניוטון נתן לשלושת חוקי הפיסיקה הבסיסיים שלו את השם "אקסיומות או חוקי התנועה". התהליך של זיהוי מערכת האקסיומות כאמיתות ברורות מאליהן והשקת משפטים מורכבים יותר על בסיסן נמצא בבסיס לא רק של השיח המדעי הפילוסופי, אלא עומד מאחורי השיח המערבי בתחומים שונים. כך, מנסחי הצהרת העצמאות של ארצות הברית הסתמכו על דרך החשיבה האוקלידית, כשהצביעו על מערכת האקסיומות שלהם: "אנו סבורים שאמיתות אלה ברורות מאליהן...". רק במקום האקסיומה "כל הזוויות הישרות שוות ביניהן" הופיעה הטענה: "שכל בני האדם נבראו שווים". לאחר הצגת האקסיומות בא השלב של המסקנות - "התבונה מחייבת, אפוא...". - ההוכחות ("יבואו העובדות ויכיחו") כי מלך אנגליה מפר את הזכויות האקסיומטיות של נתיניו. "לפיכך... מושבות אלה הינן, ואף חייבות להיות על פי דין, מדינות חופשיות ועצמאיות". יש לציין, כי ההכרזה נוסחה ברובה על ידי תומס ג'פרסון, שקיבל השכלה מתמטית מרשימה. ניתן לומר, כי מונח ההוכחה נמצא במוקד החינוך וכי תפיסת הידע המערבית קשורה באופן הדוק לגיאומטריה האוקלידית. אמנם, ודאות המתמטיקה לא מוגבלת רק לתחום הגיאומטריה. לאחר עליית התרבות האסלאמית ועד למאה ה-18 הפרדיגמה הדומיננטית של המחקר המתמטי השתנתה והפכה להיות מגיאומטרית למערכת סימבולית אלגבראית. גם באלגברה ניתן - ובקלות גדולה יותר מאשר בגיאומטריה - להפריד בין השיטה המתמטית לחומר המתמטי.

התקציר מבוסס על המאמר:

Grabiner, J. V. (1988). The centrality of mathematics in the history of western thought. *Mathematics Magazine*, 61 (4), 220-230.

על פי השיטה האלגברית, החקירה המביאה למציאת אמת מתרחשת באמצעות מניפולציות עם סמלים מופשטים. גישה זאת נכנסה לעולם המערבי עם חשיפתו למערכת מספרים הודית-ערבית במאה ה-12. במאה ה-16 מתמטיקאים התחילו להשתמש באותיות עבור משתנים במשוואות ובבעיות. במאה ה-17, פיתחלייבניץ את תורת החשבון האינפיניטסימלי, הגה את הרעיון של שפה סימבולית, שתגלם בתוכה את החשיבה הלוגית, כפי שהשפות הסימבוליות מאפשרות לבצע פעילויות אלגבריות בצורה מכאנית. גם הוגי דעות אחרים של המאה ה-17 הדגישו את האופי המכאני של החשיבה. השפות הסימבוליות הוכנסו לתחומים שונים, לבואזיה (המאה ה-18) פיתח שיטת מינוח כימי, שאותו כינה "אלגברה כימית". גם תורת הגיאומטריה האנליטית, שיסודותיה הונחו על ידי רנה דקארט (המאה ה-17), השפיעה עמוקות על המחקר המדעי הכללי, כאשר שיטת החקר הקרטזיאני - ניתוח, חלוקה למרכיבים, ולאחר מכן סינתזה חוזרת - הייתה פופולרית מאוד בקרב הוגי דעות ומדענים בתקופת ההשכלה ולאחריה. לאור ההתפתחויות הללו בסוף מאה ה-18, המרקזי דה קונדורסה, הוגה דעות ומתמטיקאי צרפתי ידוע, כתב, כי אלגברה מעניקה את השפה האנליטית והמדויקת האחידה שעקרונותיה מהווים כלי אוניברסלי, שבאמצעותו ניתן להתייחס לכל הרעיונות בכל תחום. הוודאות של השפה האלגברית, אם כן, קידמה את התפיסה של ודאות הידע בכללותו ושל ודאות הקידמה. לכן הוצע ליישם את השיטה המתמטית גם בתחומים שונים, כמו חברה ומוסר.

מעבר לשאלת השיטה המתמטית, לעצם העובדה של קיום הוודאות המתמטית, דהיינו הוודאות המוחלטת, היו השלכות רבות ומשמעותיות בתולדות המחשבה המערבית. לעתים קרובות, הוודאות המתמטית הובאה כטיעון הסותר את טענות הסקפטיציזם האפיסטמולוגי. קאנט מסתמך על המתמטיקה על מנת להראות את האפשרות של המטא-פיזיקה, הנבדלת מהניסיון. הטיעון שלפיו מתמטיקה מהווה את ההוכחה האולטימטיבית של קיום האמת האובייקטיבית חוזר על עצמו פעמים רבות לאורך ההיסטוריה בצורות שונות ובהקשרים שונים. בספרו של ג'ורג' אורוול "1984", "הפרכת" האמת המתמטית הופכת להיות ביטוי הניצחון הסופי של המדינה הטוטליטרית על פני רוח האדם החופשי והשכל האנושי. כך הפכה המתמטיקה להיות גם הוכחה ניצחת שהידע האובייקטיבי הוא אפשרי, כאשר מאפייני הידע והשיטה המתמטית נתפסו כמאפייניו של כל ידע ודאי וכל שיטה אפיסטמולוגית בטוחה. לדברי וולטר, בשונה מפילוסופיה או מדת, בגיאומטריה אין כתות.

## **יישומיות**

האפשרות לתאר את העולם באמצעות מונחים מתמטיים השפיעה עמוקות על תפיסותיהם של הוגי דעות רבים. אם עבור אריסטו האובייקטים המתמטיים מהווים תוצאה של תהליך ההפשטה של המציאות האמפירית על ידי השכל האנושי, אפלטון סבר, כי מתמטיקה ישימה, משום שהעולם משקף בצורה מטושטשת את המציאות המתמטית האמתית. קדמה לו אסכולת פיתגורס, שהכריזה כי "הכול זה מספר". לאורך ההיסטוריה, הוגי דעות רבים שאפו לגלות את המציאות המתמטית הנסתרת מאחורי העולם החומרי. הצלחת הפיסיקה הניוטונית חיזקה מאוד את התפיסה של המתמטיקה כשפה מתאימה של מדע וכדרך להסכמה כללית. הישומות המתמטית של המדע הפיזי השפיעה גם על החלוצים בתחום מדעי החברה. במאה ה-19 נפוצה התפיסה הפוזיטיביסטית, לפיה יש לבנות את מדעי החברה על פי הדגם של המדעים המדויקים. אחד ממובילי תפיסה זו, אוגוסט קומטה, סבר, כי ניתן יהיה לבנות חברה טובה יותר בהתבסס על "הפיסיקה החברתית". יש לציין, שקומטה עצמו למד פיסיקה מתמטית ואסטרונומיה.

## ריבוי גיאומטריות

התהליכים שתוארו לעיל מצביעים על מרכזיותה של המתמטיקה עבור המחשבה המערבית. לכן, השינוי בפרדיגמה המתמטית השולטת עשוי להשפיע על תחומים רבים. אכן, ליצירת גיאומטריה לא אוקלידית ולתפיסת ריבוי גיאומטריות היו השלכות עמוקות על תפיסת הידע המערבית. התפיסה לפיה מערכות אקסיומטיות רבות ואף סותרות יכולות להתקיים כל אחת בנפרד מהאחרת, ופיתוח אלגברה לא קומוטטיבית, קידמו את תפיסת המתמטיקה כמערכת פורמלית, כמדע שמסיק מסקנות ולא כמדע אודות מספר ומרחב. אם במסורת האפלטונית העולם נתפס בתור חיקוי לא מושלם של המציאות המתמטית העליונה, כעת נראה, כי המתמטיקה מעניקה מגוון דגמים אפשריים לתיאור מציאות אמפירית אחת. לפי הפרדיגמה החדשה, ששינתה לחלוטין את פני פילוסופיית המדע, מדע אינו מתאר ישירות את המציאות, אלא מתייחס אל התפיסה האנושית של המציאות במחשבה ואל הצגתה בשפה. גם למשפטו המפורסם של קורט גדל (מתמטיקאי ולוגיקן אוסטרי, 1906), שהראה כי לעולם לא ניתן להוכיח את הקונסיסטנטיות הגמורה של המתמטיקה, היו השלכות מרחיקות לכת באשר להבנתנו את ההגבלות האפיסטמולוגיות המובנות.

## התנגדות

ניתן לראות את האסמכתא למרכזיותה של המתמטיקה בתולדות התרבות המערבית בחוזה ההתנגדות שהיא מייצרת. אפשר לחלק את ההתנגדות להשפעת המתמטיקה לשלושה סוגים:

א. העדפת תפיסה מסוימת של מתמטיקה על פני תפיסות אחרות. כך, אריסטו ראה במתמטיקה את המדע של השיטה הדדוקטיבית והתנגד לתפיסה האפלטונית שלה כידע על עולם האידיאות הנצחי.

ב. ביקורת נגד הרחבה יתרה של השימוש בשיטה המתמטית. כך, הוגה דעות ומתמטיקאי בעצמו בלו פסקאל (מהמאה ה-17) התנגד לשליטה של "הרוח הגיאומטרית" – החשיבה המדויקת והמפושטת של הרציונליזם הקרטזיאני - על פני החשיבה האינטואיטיבית, וסבר שיש מקום לשני סוגי החשיבה ועל כל אחד להתקיים בתחום משלו.

ג. התנגדות לניתוח מתמטי ושכלתני כשהוא מתייחס לדת, לטבע או לרגשות בני אדם. לדוגמה, ניתן להצביע על התגובה של התנועה הרומנטית כנגד הרציונליזם של ההשכלה ועל הפילוסופיה של קירקגור וניטשה, שנאבקה להשתחרר מכבלי הרציונליות. גם בספריו של דוסטויבסקי, האמת המתמטית הופכת להיות לסמל ההכרח החיצוני המנוכר שמדכא את הנפש האנושית ומנוגדת לאמת הדתית.

ניתן לומר, שהמתמטיקה השפיעה עמוקות על ההסדרים התרבותיים של העולם המערבי ונטלה חלק במאבקים תרבותיים רבים. לתפיסה על אודות טיב המתמטיקה יש קשר עמוק לתפיסה הפילוסופית והאפיסטמולוגית ולהשקפת עולם כללית. כשמורים מלמדים מתמטיקה לילדים עליהם לקחת בחשבון את מרכזיותה עבור העולם המערבי. המתמטיקה היא לא רק מערכת חישובים וטיעונים כמותניים ולא רק שפת המדע. לא ניתן להבין את מדעי הרוח, את טיב המדעים ואת עולמנו התרבותי ללא הבנה של המתמטיקה והקשריה המרובים לכל תחומי התרבות המערבית.